

Exercícios de Probabilidades e Estatística

Departamento de Matemática
Escola Superior de Tecnologia de Setúbal
Instituto Politécnico de Setúbal

Março de 2009

1 Elementos da Teoria das Probabilidades

Exercício 1.1 Lançam-se dois dados, um branco e outro vermelho e representa-se o resultado por um par ordenado (B, V) . Qual a probabilidade da soma $B + V$ ser:

1. Par;
2. Divisível por três;
3. Par ou divisível por 3.

Exercício 1.2 Uma cidade de 200000 habitantes tem à sua disposição dois jornais diários: "O Aurora" e o "O Conhecedor". Um inquérito revelou os seguintes dados:

- 50000 pessoas lêem diariamente "O Aurora";
- 40000 pessoas lêem diariamente "O Conhecedor";
- 5000 pessoas lêem diariamente os dois jornais.

Qual a probabilidade de ao escolhermos ao acaso um habitante desta cidade, este seja leitor:

1. De pelo menos um dos jornais;
2. De nenhum desses jornais;
3. Exclusivamente do jornal "O Aurora".

Exercício 1.3 Numa população 20% das famílias têm máquina de lavar louça, 30% têm máquina de lavar roupa e 10% têm ambos os tipos de máquinas. Calcule a probabilidade de uma família escolhida ao acaso:

1. Ter pelo menos um dos tipos de máquina;
2. Não ter nenhum dos tipos de máquina;
3. Ter um só tipo de máquina.

Exercício 1.4 Suponha que A , B e C são acontecimentos tais que:

$$P(A) = P(B) = P(C) = \frac{1}{4};$$
$$P(A \cap B) = P(B \cap C) = 0; P(A \cap C) = \frac{1}{8}.$$

Calcule a probabilidade de que pelo menos um dos acontecimentos A , B ou C ocorra.

Exercício 1.5 Suponha que A , B e C são acontecimentos tais que:

$$\begin{aligned}A \cup B \cup C &= \Omega; & A \cap B &= \emptyset; & B \cap C &= \emptyset; \\P(A) &= 0.3; & P(\overline{B}) &= 0.7; & P(C) &= 0.5.\end{aligned}$$

Calcule $P(A \cap C)$ e $P(A \cup C)$.

Exercício 1.6 Sendo A , B e C acontecimentos tais que $P(A \cap \overline{B}) = 0.2$, $P(A \cap B) = 0.3$ e $P(A \cap B \cap C) = 0.25$. Calcule $P(A \cap \overline{B} \cap \overline{C})$.

Exercício 1.7 Sabe-se que em relação a um dado programa de televisão se tem para um casal, a seguinte situação: a probabilidade de o homem ver um programa é 0.4; a probabilidade da mulher ver o mesmo programa é 0.5; a probabilidade do homem ver o programa porque a mulher o vê é 0.7. Determine a probabilidade de:

1. Um casal ver o programa;
2. A mulher ver o programa porque o homem o vê;
3. Pelo menos um elemento do casal ver o programa.

Exercício 1.8 Após alguns testes efectuados à personalidade de um indivíduo concluiu-se que, este é louco com uma probabilidade igual a 0.6, ladrão com uma probabilidade igual a 0.7 e não é louco nem ladrão com uma probabilidade de 0.25.

1. Determine a probabilidade do indivíduo ser louco e ladrão.
2. Determine a probabilidade do indivíduo ser apenas louco ou apenas ladrão.
3. Determine a probabilidade do indivíduo ser ladrão, sabendo que o mesmo não é louco.

Exercício 1.9 Considere dois acontecimentos A e B tais que:

$$\begin{aligned}P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - 0.1 \\P(A/B) &= 0.2.\end{aligned}$$

Determine $P(B)$ e $P(\overline{A}/B)$.

Exercício 1.10 Dados dois acontecimentos A e B , tais que

$$P(A) = \frac{1}{4}, \quad P(B) = \frac{1}{3} \text{ e } P(A \cup B) = \frac{1}{2}.$$

Determine:

1. Se A e B são mutuamente exclusivos;
2. Se A e B são independentes;
3. $P(A/B)$, $P(\bar{A}/B)$, $P(\bar{B}/A)$, $P(\bar{A}/\bar{B})$.

Exercício 1.11 Considere os acontecimentos A , B e C de probabilidade não nula. Sabe-se que:

- C é incompatível com A e com B .
- Dois dos acontecimentos são independentes entre si.
- $P(A) = 0.2$, $P(C) = 0.15$ e $P(A \cap B) = 0.06$.

Calcule $P(A \cup B \cup C)$.

Exercício 1.12 Considerando os acontecimentos A , B e C tais que:

$$P(B) > 0; \quad P(C) > 0; \\ B \text{ e } C \text{ são acontecimentos independentes.}$$

Prove que $P(A/B) = P(A/B \cap C)P(C) + P(A/B \cap \bar{C})P(\bar{C})$.

Exercício 1.13 Indique, justificando, o valor lógico da seguinte afirmação:

$$P(B/\bar{A}) = P(B/A) \Rightarrow A \text{ e } B \text{ são acontecimentos independentes.}$$

Exercício 1.14 Considere dois acontecimentos A e B independentes, em que A tem probabilidade dupla em relação a B . Determine a probabilidade de cada um deles, sabendo que é de 0.5 a probabilidade de ocorrência de pelo menos um deles.

Exercício 1.15 Considere o espaço de resultados $\Omega = \{A, B, C\}$ onde:

- A é independente de B e de C ;
- C é disjunto de B ;
- Os acontecimentos A e B têm probabilidade de ocorrência p enquanto que C tem probabilidade $\frac{p}{2}$.

Determine p .

Exercício 1.16 Sejam A e B dois acontecimentos independentes, prove que o complementar de A e o complementar de B também o são.

Exercício 1.17 Numa amostra constituída por 100 indivíduos obtiveram-se os resultados apresentados no quadro seguinte:

	Com Bronquite	Sem Bronquite
Fumadores	40	20
Não Fumadores	10	30

1. Diga, justificando, se os acontecimentos “ser fumador” e “ter bronquite” são independentes.
2. Calcule a probabilidade de um indivíduo que é fumador ter bronquite.

Exercício 1.18 Suponha que a entrevista de candidatura a um emprego, é uma experiência aleatória e que a nossa atenção se centra em dois acontecimentos “o candidato tem boa aparência” (acontecimento A) e “o candidato conseguiu o emprego” (acontecimento B). Sabendo que $P(A) = 0.4$, $P(B) = 0.2$ e $P(A \cup B) = 0.4$.

1. Calcule a probabilidade de o candidato ter boa aparência e conseguir o emprego.
2. Os acontecimentos “o candidato tem boa aparência” e “o candidato conseguiu o emprego” são independentes?
3. Calcule a probabilidade de o candidato ter boa aparência sabendo que conseguiu o emprego.

Exercício 1.19 Numa fábrica verificou-se que um certo artigo pode apresentar defeitos de dois tipos. A probabilidade de ocorrer o defeito do tipo A é 0.1 e a probabilidade de ocorrer o defeito do tipo B é 0.05. Sabendo que os defeitos ocorrem independentemente um do outro, calcule a probabilidade de:

1. Um artigo não ter qualquer defeito;
2. Um artigo ter defeito;
3. Um artigo com defeito ter um e um só tipo de defeito.

Exercício 1.20 Supondo que se tem conhecimento da seguinte informação:

- a probabilidade do acontecimento “ver o anúncio do produto A ” é 0.35;
- a probabilidade do acontecimento “comprar o produto A ” é 0.23
- a probabilidade do acontecimento “comprar o produto A , tendo visto o anúncio do produto A ” é 0.43.

1. Calcule a probabilidade de ver o anúncio e comprar o produto A .
2. Calcule a probabilidade de ver o anúncio ou comprar o produto A .
3. Calcule a probabilidade de ver o anúncio do produto A se comprou esse produto.
4. Os acontecimentos “ver o anúncio do produto A ” e “comprar o produto A ” são independentes? Justifique.

Exercício 1.21 Numa turma, 20% dos alunos falam Inglês, 40% falam Francês e 15% dominam as duas línguas.

1. Averigüe se falar Francês e falar Inglês são acontecimentos independentes.
2. Calcule a probabilidade de:
 - (a) Um aluno escolhido ao acaso falar pelo menos uma das línguas;
 - (b) Um aluno não falar nenhuma das línguas;
 - (c) Um aluno falar uma e uma só das duas línguas.
3. Sabendo que um aluno não fala Inglês, qual a probabilidade do mesmo falar Francês?

Exercício 1.22 A probabilidade de um indivíduo A estar vivo daqui a 30 anos é 0.6 e a probabilidade de um outro indivíduo B estar vivo daqui a 30 anos é 0.7, suponha que os acontecimentos são independentes. Determine a probabilidade de daqui a 30 anos:

1. Estarem vivos os indivíduos A e B ;
2. Não estarem vivos os indivíduos A e B ;
3. Estar vivo pelo menos um dos indivíduos.

Soluções

- 1.1.1:** $\frac{1}{2}$. **1.1.2:** $\frac{1}{3}$. **1.1.3:** $\frac{2}{3}$.
1.2.1: $\frac{17}{40}$. **1.2.2:** $\frac{23}{40}$. **1.2.3:** $\frac{9}{40}$.
1.3.1: 0.4. **1.3.2:** 0.6. **1.3.3:** 0.3.
1.4: $\frac{5}{8}$.
1.5: $P(A \cap C) = 0.1$; $P(A \cup C) = 0.7$.
1.6: 0.45.
1.7.1: 0.35. **1.7.2:** 0.875. **1.7.3:** 0.55.
1.8.1: 0.55. **1.8.2:** 0.2. **1.8.3:** 0.375.
1.9: $P(B) = 0.5$; $P(\bar{A}/B) = 0.8$.
1.10.1: Não. **1.10.2:** Sim. **1.10.3:** $P(A/B) = \frac{1}{4}$, $P(\bar{A}/B) = \frac{3}{4}$,
 $P(\bar{B}/A) = \frac{2}{3}$, $P(\bar{A}/\bar{B}) = \frac{3}{4}$.
1.11: 0.59.
1.12: —.
1.13: Verdadeira.
1.14: $P(A) = 0.38$, $P(B) = 0.19$.
1.15: $\frac{2}{3}$.
1.16: —.
1.17.1: Não são independentes. **1.17.2:** $\frac{2}{3}$.
1.18.1: 0.2. **1.18.2:** Não. **1.18.3:** 1.
1.19.1: 0.855. **1.19.2:** 0.145. **1.19.3:** 0.14.
1.20.1: 0.151. **1.20.2:** 0.43. **1.20.3:** 0.654. **1.20.4:** Não.
1.21.1: Não. **1.21.2a:** 0.45. **1.21.2b:** 0.55. **1.21.2c:** 0.3. **1.21.3:** 0.313.
1.22.1: 0.42. **1.22.2:** 0.12. **1.22.3:** 0.88.